

PENGARUH MAKANAN ALTERNATIF DAN FUNGSI HOLLING TIPE III PADA KENDALI OPTIMAL PEMANENAN MODEL PREY PREDATOR

Mohammad Rifa'i¹

¹⁾STKIP Qomaruddin Gresik
Email: vianditrvai@gmail.com

ABSTRAK

Pada penelitian ini, dianalisa tentang pengaruh adanya makanan alternatif dan fungsi Holling tipe III pada kendali optimal pemanenan model prey predator. Setelah dianalisa, maka dicari pemanenan yang optimum dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin dan Kendali Bang-Bang. Mengingat didalam ekosistem laut, terdapat interaksi makan-dimakan, sehingga strategi panen yang tepat sangat diperlukan untuk mendapatkan keuntungan maksimum dengan tetap menjaga kelestarian spesies tersebut. Hasil penelitian didapatkan bahwa nilai kontrol panen (E) tidak tunggal, tergantung dari fungsi switching. Kemudian dari simulasi menggunakan Matlab didapatkan bahwa populasi prey predator tidak mengalami kepunahan walaupun dipanen secara terus menerus. Namun apabila tidak ada kontrol panen bisa mengakibatkan sistem tidak ideal (keseimbangan ekosistem dapat terganggu).

Kata Kunci: model prey predator, pemanenan, prinsip maksimum Pontryagin.

1. PENDAHULUAN

Dalam ekosistem, terjadi hubungan antar organisme dan juga lingkungannya yang cukup kompleks dan saling mempengaruhi satu sama lainnya. Hubungan antara unsur hayati dan juga non-hayati tersebut kemudian bermuara pada suatu sistem ekologis yang disebut eksosistem. Dalam pola interaksi hubungan tersebut ikut melibatkan terjadinya siklus biogeokimia, yaitu sejumlah aliran energi dan juga rantai makanan.

Rantai makanan adalah peristiwa makan dan dimakan dalam suatu ekosistem dengan urutan tertentu. Pada rantai makanan dikenal istilah prey dan predator. Prey merupakan suatu organisme yang dimakan, biasanya dikenal dengan istilah mangsa. Sedangkan predator merupakan suatu organisme yang memakan, biasanya dikenal dengan istilah pemangsa. Hubungan dinamis antara prey dan predator ini sangat menarik untuk dipelajari dan menjadi salah satu topik yang sering dibahas dikalangan peneliti.

Selama beberapa tahun terakhir, banyak peneliti telah mempelajari model prey predator, akan tetapi pengetahuan tentang pengaruh panen terhadap populasi prey predator masih terbatas, padahal sistem ekologi sering sangat terganggu dengan kegiatan eksploitasi manusia. Misalnya, karena kemajuan teknologi yang pesat serta peningkatan yang signifikan pada populasi manusia, jumlah ikan di dunia telah berkurang drastis. Hal ini terjadi akibat pemanenan yang berlebih pada sumber daya pangan di laut, sehingga dapat mengakibatkan kepunahan pada spesies tersebut. Mengingat di dalam ekosistem laut terdapat interaksi makan-dimakan, sehingga strategi panen yang tepat sangat diperlukan untuk mendapatkan keuntungan komersil yang maksimum dengan tetap menjaga kelestarian spesies tersebut.

Banyak penelitian yang telah dilakukan terhadap sistem prey predator. Diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Huang, dkk (2006) membahas model mangsa pemangsa dengan fungsi respon Holling tipe-III menggabungkan perlindungan mangsa [1]. Mereka telah menganalisis model dan membahas beberapa hasil kualitatif yang signifikan dari sudut pandang biologis. Tapasai Das (2009) membahas tentang pemanenan dari prey predator ikan di daerah yang terinfeksi racun [5]. Lv Yunfei, dkk (2010) membahas pemanenan dari model Fitoplankton-Zooplankton [3]. Tapan Kumar Kar (2012) meneliti tentang analisa kestabilan dan optimal kontrol pada model sistem prey predator dengan pemberian makanan alternatif pada predator [2]. Chakraborty, dkk (2012) meneliti tentang analisis global dan bifurkasi sistem mangsa-pemangsa menggabungkan waktu perlindungan, dengan menggunakan fungsi respon Holling tipe-II. Dari hasil yang mereka peroleh bahwa keberadaan perlindungan memiliki efek penting pada eksistensi pemangsa dan populasi mangsa.

Berdasarkan pada penelitian-penelitian tersebut, maka pada makalah ini dibahas suatu penelitian tentang kendali optimal pemanenan pada model prey predator dengan adanya makanan alternatif dan fungsi respon Holling III. Tujuan dari kendali optimal adalah untuk mendapatkan usaha pemanenan yang optimal sehingga dapat diperoleh keuntungan maksimum dari suatu pendapatan ekonomi.

2. METODE PENELITIAN

Adapun metode penelitian dalam kasus ini adalah sebagai berikut :

1) Studi Literatur

Dalam tahap ini, dilakukan studi literatur dari beberapa buku, jurnal, dan penelitian sebelumnya mengenai model prey predator. Kemudian, mengkaji model dari sistem dinamik model prey predator dengan fungsi respon Holling tipe III.

2) Menentukan Daerah Penyelesaian Model

Tahap ini dilakukan untuk mendapatkan daerah penyelesaian model pemanenan dari sistem dinamik prey predator.

3) Menyelesaikan Masalah Kendali Optimal

Pada tahap ini sistem dinamik model prey predator diselesaikan menggunakan metode tak langsung yaitu dengan menerapkan teori kontrol optimal (prinsip maksimum Pontryagin) untuk mendapatkan upaya pemanenan yang optimal agar pendapatan atau keuntungan yang diperoleh juga optimal. Langkah penyelesaian teori maksimum Pontryagin adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : Membentuk fungsi Hamilton yang disimbolkan dengan H

Langkah 2 : Menyelesaikan persamaan kendali yaitu memaksimumkan H terhadap kontrol E

atau $\frac{\partial H}{\partial E} = 0$ atau disebut kondisi stationer untuk mendapatkan nilai E .

Langkah 3: Dengan menggunakan yang telah dihasilkan pada langkah 2, akan didapatkan fungsi Hamilton baru yang optimal H^* .

Langkah 4: Menentukan persamaan state dan co-state.

Langkah 5: Mensubtitusikan hasil-hasil yang diperoleh pada langkah 4 kedalam persamaan pada langkah 2 untuk mendapatkan kendali yang optimal. Namun pada kasus ini, persamaan Hamiltonian bergantung secara linear dengan kontrol E . Jika E muncul sebagai fungsi linear dalam Hamiltonian, maka E yang optimal tidak ditentukan melalui $H_E = 0$. Namun diselesaikan dengan kendali bang-bang.

Langkah 6 : Melakukan simulasi

Dalam tahap ini simulasi dilakukan dengan DOTcvp yang dapat langsung dipergunakan untuk memecahkan masalah kendali optimal dengan mendefinisikan masalah optimal control pada M-File yang disesuaikan dengan parameter yang diketahui. Simulasi yang dilakukan adalah dengan membandingkan state variabel dengan kontrol panen dan tanpa kontrol panen

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Prey Predator dengan Fungsi Respon Tipe III

Berikut ini diberikan model pemanenan prey predator dengan adanya faktor pemberian makanan.

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{\alpha A y x^2}{1 + x^2} - c_1 E x \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\beta \alpha A y x^2}{1 + x^2} - r_2 y + (1 - A) y - c_2 E y \quad (2)$$

Pada persamaan (1) disebut model laju pertumbuhan populasi prey, model pertumbuhan tersebut dipengaruhi oleh laju pertumbuhan alami r_1 lalu berkurang seiring dengan adanya persaingan antar sesama prey dan keterbatasan daya tampung k seta menurun dengan adanya pemangsaan dari predator serta adanya usaha pemanenan atau E . Sedangkan pada persamaan (2) disebut model laju pertumbuhan populasi predator, model pertumbuhan predator dipengaruhi oleh laju pemangsaan predator terhadap prey kemudian berkurang dengan adanya kematian prey dan dengan adanya faktor makanan A pada predator adan adanya usaha pemanenan E

3.2 Daerah Penyelesaian Model

Secara biologi model prey predator mempunyai penyelesaian pada kuadran pertama R^+ dengan kondisi awal $x > 0$ dan $y > 0$. Untuk mendapatkan daerah penyelesaian model dari sistem prey predator pada persamaan dapat dinyatakan dengan teorema berikut ini.

Teorema 1 : Jika parameter c_2 , E dan A memenuhi kondisi $c_2 E + A > (1 - r_2)$ maka semua penyelesaian dari sistem persamaan (1) dan (2) berada pada kuadran positif

3.3 Penyelesaian Kendali Optimal

Fungsi objektif atau tujuan dari kasus ini adalah menyelesaikan kendali optimal dengan kontrol panen dengan tujuan mendapatkan keuntungan yang optimal sebagai berikut [6] :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (p_1 c_1 x E + p_2 c_2 y E - CE) e^{-\delta t} dt \quad (3)$$

Penyelesaian kendali optimal menggunakan prinsip Maksimum Pontryagin dan kendali Bang-bang, didapatkan hal sebagai berikut :

a) Fungsi Hamiltonian

$$H = (E(t), x(t), y(t), \lambda_1, \lambda_2)$$

b) Kondisi Stationer

$$\frac{\partial H}{\partial E} = (p_1 c_1 x E + p_2 c_2 y E - CE) e^{-\delta t} - \lambda_1 c_1 x - \lambda_2 c_2 y = 0$$

c) Persamaan State

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= r_1 x - \frac{r_1 x^2}{k} - \frac{\alpha y A x^2}{1 + x^2} - c_1 E x \\ \dot{y}(t) &= \frac{\beta \alpha A y x^2}{1 + x^2} - r_2 y + (1 - A) y - c_2 E y \end{aligned}$$

d) Persamaan co-state

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x} \\ \dot{\lambda}_2(t) &= -\frac{\partial H}{\partial y}\end{aligned}$$

e) Kendali bang-bang dan singular [4]

$$E(t) = \begin{cases} E_{max} & \text{jika } H_E < 0 \\ E_{sing} & \text{jika } H_E = 0 \\ E_{min} & \text{jika } H_E > 0 \end{cases}$$

dengan H_E adalah fungsi Switching yang didefinisikan sebagai berikut :

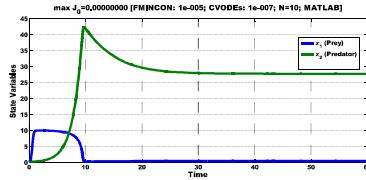
$$p_1 c_1 x E + p_2 c_2 y E - CE e^{-\delta t} - \lambda_1 c_1 x - \lambda_2 c_2 y \quad (4)$$

Kemudian untuk mendapatkan nilai optimum dari E maka fungsi switching tersebut diturunkan terhadap variabel waktu t secara berulang sampai nilai E muncul sebagai fungsi waktu.

4. SIMULASI

Pada tahap simulasi dibandingkan sistem dengan kontrol panen dan tanpa kontrol panen sebagai berikut:

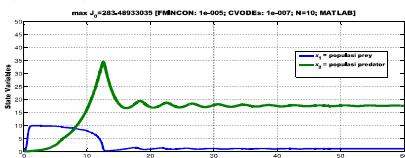
a) Simulasi tanpa kontrol dan tidak ada makanan alternatif



Gambar.1 Tampak control

Pada gambar.1 dapat dijelaskan bahwa populasi prey mulanya naik mencapai laju pertumbuhan maksimum, lalu seiring dengan pertumbuhan predator prey mengalami penurunan dan akhirnya mendekati nol atau punah. Dengan tidak adanya kontrol panen populasi predator punah akibat dimakan oleh predator secara berlebih.

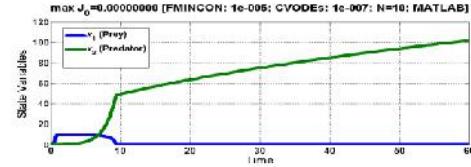
b) Simulasi dengan kontrol dan tidak ada makanan alternatif



Gambar.2 Dengan Kontrol Panen

Pada gambar.2 dapat dijelaskan bahwa populasi prey mulanya naik mencapai laju pertumbuhan maksimum, lalu seiring dengan pertumbuhan predator prey mengalami penurunan. Kemudian, dengan adanya kontrol panen populasi predator tidak punah, karena ada aktifitas pemanenan untuk prey dan predator, namun tetap menjaga kelestarian dan kelangsungan prey predator. Dari hasil simulasi juga didapatkan nilai keuntungan atau pendapatan sebesar 283,489 satuan laba.

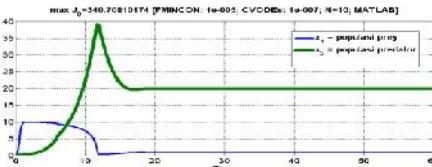
c) Simulasi tanpa kontrol dengan adanya makanan alternatif



Gambar.3. Tanpa kontrol dan adanya makanan alternatif

Pada gambar 3 dapat dijelaskan bahwa, laju pertumbuhan populasi prey pada awal waktu mengalami peningkatan seiring dengan belum meningkatnya populasi predator. Namun pada waktu ke-10 populasi prey mengalami penurunan mendekati nol atau punah. hal ini disebabkan akibat predator memakan prey. Sedangkan pada waktu ke-10 populasi predator mengalami peningkatan yang tajam, hal ini dikarenakan predator memakan prey dan juga ada tambahan makanan untuk predator. Berbeda dengan gra_k pada gambar 4.2, Pada gambar 3 ini populasi predator naik tidak terlalu tajam, hal ini disebabkan pemberian makanan alternatif untuk predator tidak diberikan secara penuh, hanya sekitar 10 persen saja.

d) Simulasi dengan kontrol dan adanya makanan alternatif



Gambar.4 Dengan Kontrol dan makanan alternatif

Pada gambar 5 dapat dijelaskan bahwa, laju pertumbuhan populasi prey pada awal waktu mengalami peningkatan seiring dengan belum meningkatnya populasi predator. Namun pada waktu ke-13 populasi prey mengalami penurunan dan cenderung konstan, namun tidak mendekati nol atau punah. hal ini disebabkan akibat predator memakan prey dan adanya pemanenan. Sedangkan pada waktu ke-13 populasi predator mencapai maksimum mencapai $y = 40$ unit. Kemudian mengalami penurunan karena adanya faktor pemanenan, namun predator pun tidak mengalami kepunahan walaupun dipanen. Didapatkan pula adanya usaha pemanenan E yang menunjukkan profit maksimal pada waktu ke-7, ini menunjukkan prot maksimal pada fungsi objektif yaitu sebesar 340,708 satuan laba.

5. SIMPULAN

Dari pembahasan tersebut didapatkan hasil bahwa dalam masalah kendali optimal didapatkan nilai kontrol E yang tidak tunggal tergantung dari fungsi switching. Dari Hasil simulasi juga didapatkan sistem dengan adanya kontrol lebih stabil dari pada yang tidak ada nilai kontrolnya. Keuntungan yang didapatkan dari sistem dengan adanya kontrol panen mendapatkan laba sekitar 283, 489 satuan laba, dibandingkan dengan sistem tanpa kontrol panen

keuntungan yang didapatkan bernilai nol. Sedangkan dengan keuntungan yang bisa didapatkan dari adanya kontrol dan makanan alternatif adalah sebesar 340,704 satuan laba. Hal ini menunjukkan bahwa sistem dengan kontrol dan adanya makanan alternatif lebih besar memberikan profit dibandingkan sistem dengan kontrol tanpa adanya makanan alternatif.

PUSTAKA

- [1] Huang Y, Chen F, Zhong L. (2006). *Stability Analysis Of A Prey-Predator Model With Holling Type III Response Function Incorporating A Prey Refuge*. Journal of Applied Mathematics and Computation 182 (2006) 672-683.
- [2] Kar, T.K., Ghosh, B.(2012). *Sustainability and Optimal Control of an Exploited Prey and Predator System Through Provision of Alternative Food to Predator*. Elsevier. BioSystems. Hal.220-232
- [3] Lv.Yunfei, P.Yongzhen, G.Shujing, L.Changguo. 2010. “Harvesting of a Phytoplankton-Zooplankton Model”. Nonlinear Analysis: Real World Applications Vol 11. Hal 3608-3619
- [4] Subchan, S. dan Zbikowski, R. 2009. “Computational Optimal Control: Tools and Practice”. UK: John Wiley & Sons Ltd.
- [5] Tapasi Das, R.N.Mukherjee, dan K.S. Chaudhuri. (2009). *Harvesting of a Prey Predator Fishery in the Presence of Toxicity*. Journal Applied Modelling 33 (2009) 2282-2292.